測量学入門

杉山太宏
梶田佳孝 著

本書に掲載されているエクセルのプログラムは、
ホームページよりダウンロードできます。

インデックス出版

測量学入門

杉山太宏
梶田佳孝 著

インデックス出版

はじめに

測量は地表面上の位置関係を決める技術であり，高低の測量と平面の測量に大別されます．

前者の高低を決めるための測量として水準測量があり，後者において位置を決定するための測量として，トラバース測量，路線測量などがあります．

そしてその基本として長さを測定する距離測量，角を測定する角測量があります．

測量の種類としては，その観点からいろいろと分類されますが，本書では基本的測量技術として

1．長さの測量
2．水準測量
3．角度の測量
4．位置決定の測量
5．面積・体積の計算
6．路線の測量

のように分けています．

説明には例題を多く取り入れ，それぞれはエクセルの例題として扱います．エクセルのシートは回答例として見るだけでなく，非常に簡単な例として電卓代わりのようなものから，実際に使える実用的なものまで様々な角度から作成してあります．

また，簡単なものでも修正したり，さらに機能を追加することにより自分にあった便利なツールに作り変えることもできます．

測量に限らず，測定，計測には必ず誤差が生じます．測量ではその誤差をいかに小さくするか，また，誤差を除去するにはどうするかはとても重要な問題です．特に誤差の章は設けませんが，各章の測定ごとに説明，また必要に応じてコラム形式で解説しました．

本書に掲載されたエクセルのプログラムはホームページからダウンロードすることができますので活用していただければ幸いです．

著者識

目　次

第 1 章
長さの測量

1.1　水平距離

一般に，測量において直接測定される距離は**斜距離**ですが，これに対して，水準面に対し垂直に斜距離を投影した距離を**水平距離**といいます（図 1.1）．

通常，測量で 2 点間の距離といえば，図 1.1 において水平距離 AC を指します．そこで，水平距離は，鉛直角あるいは高低差を測定して，斜距離 AB を水平距離 AC に換算します．

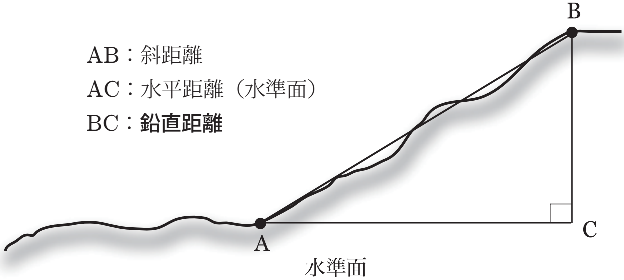


図 1.1　水平距離

直接距離測量に使用する器具・機器（**巻尺**，**光波測距儀**など）は，精度の高いものから低いものまで各種のものがあります．従って，測量に際しては，精度に応じた測定方法や誤差の処理方法を採用する必要があります．なお，人の歩いた（歩測）による距離も直接距離測量です．

地球規模の広域を測量する場合は，地球の曲面が無視できず，図 1.2 のように水平面は曲面（**回転楕円体面**）となります．しかし，**公共測量**など測定範囲が狭い場合の水平距離は，この曲面上の長さに縮尺係数を与えて求める平面直角座標に投影した直線 A′B′ となります．また，標高は**平均海面**（**ジオイド面**）からの高さで表します．

平面測量と測地測量

平面測量はその名の通り曲面である地球の表面を平面として行う測量です．これに対して，**測地測量**は地球の曲面を考慮する，広域で精度の高い測量をいいます．

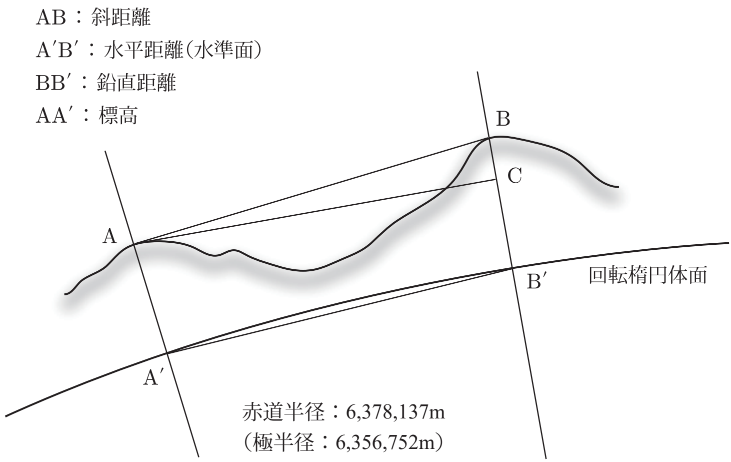


図 1.2　測定距離が長い場合の水平距離

有効数字

測定結果の数値は，有効桁数を間違えないように注意する必要があります．例えば，43.21m と 43.210m では，前者は cm，後者は mm の精度の測定を示しており，精度が 10 倍異なることになります．

四則演算においては，有効数字を考慮して以下のように整理します．

① 加減算では最終位の最も大きい位に合わせます．

② 乗除算では最小有効桁数に合わせます．

【例】　$32.1012 + 345.6 - 123.456 = 254.2452 \rightarrow 254.2$

$2.3 \div 1.234 \times 0.567 = 1.056807 \rightarrow 1.1$

$5.67 \times 12.34 - 23.5 = 46.4678 \rightarrow 46.5$

例えば，1/1,000 の精度で結果を得るためには，有効数字は少なくとも 4 桁以上の測定が必要となります．

1.2　距離測量の誤差

距離測量における誤差は**機械誤差**（巻尺などが正しくないなど），**自然誤差**（気温，湿度などの気象変化のため），**個人誤差**（測定者個人の差のため）などがあります．そして，それらを除去する方法があります．誤差には**定誤差**，**不定誤差**（偶然誤差）などがあり，不定誤差は偶然あるいは不規則に起こる誤差であり，除去することはできません．

定誤差には規則性があるため，測定方法や計算によって除去することができます．**器械的誤差**や**物理的誤差**は定誤差ですので除去することができます．

誤差の種類

誤差は原因および性質によって分類されます．

表 1.1，表 1.2 に誤差の原因・性質別の分類を示します．

表 1.1　原因による分類

種類	誤差の原因
器械的誤差	測定器具の誤差によって生じます．
自然的誤差	温度・湿度などの気象変化によって生じます．
個人的誤差	測定者の個人差によって生じます．
錯誤（過失）	測定者の不注意・未熟によって生じます．（一般的には誤差とは考えません）

表 1.2　性質による分類

種類	誤差の性質
定誤差	測定条件が同一であれば，一定の誤差が生じます（符号の大きさに規則性があります）．除去可能な誤差で補正できます．
不定誤差	同一条件で測定しても除去できない誤差で，偶然に生じます．測定値がばらつきます．測定回数を多くとれば，正と負の誤差が同程度現れ，測定回数の平方根に比例して増大します．

1.2.1　器械的誤差の除去方法

器械的誤差とは，測定器具の誤差すなわち巻尺や測角用の**セオドライト**などが正確でないために生じる誤差をいいます．

(1) 測定方法による除去

例えば，測角の場合は，セオドライトで正位と反位で測定し平均値をとります．高低差を水準測量の場合は，**レベル**（水準器）の据え付け回数を偶数回とし，かつ視準距離を等しくします．

(2) 補正値による除去

測量器械・器具などの検定によって得られた補正値を加減する方法です.

巻尺を利用して正確な距離を求めるには，巻尺を標準の長さと比較検定して補正値を求める必要があります．この補正値のことを**尺定数**[＊1]といい，次式で表します.

尺定数 δ ＝ 正しい長さ－使用巻尺の長さ

ここで，巻尺の長さを S，測定長を L とすると，尺定数補正量 C_l は

$$C_l = (\delta / S) \times L \tag{1.1}$$

となります.

巻尺には，30m，50m，100m ものなどがあります．尺定数 δ は出荷時に測定された値です．（例えば, 50m＋5mm は 50m で 5mm 伸びている（“＋” プラスで表す）巻尺です（短い場合は “－” マイナスで表す)．）

1.2.2　物理的誤差の除去方法

物理的誤差とは, 気象や物理的（あるいは力学的）条件などに起因する誤差をいいます.

(1) 温度補正

気温の変化によって生じる誤差を除去する方法です.

例えば，鋼尺は標準温度 15℃にて正しい値を示すように検定されているため，15℃以外の温度で測定した場合は温度補正が必要となります.

温度補正量は次式により求めます.

$$\text{温度補正量}\quad C_t = a\,(t - t_0)\,L \tag{1.2}$$

ここで，
- a：**線膨張係数**（1/℃），鋼（スチール）の $a = 0.000012$/℃
- t：測定時の温度（℃）
- t_0：標準温度（15℃）
- L：測定長（m）

例えば，15℃より温度が高いと鋼尺は伸び，温度補正値は＋となります.

(2) 傾斜補正

$$C_g = -h^2/2L \tag{1.3}$$

ここで，
- C_g：傾斜補正量（m）
- h：始読点と終読点の高低差（m）
- L：斜距離（m）

(3) 張力補正

$$C_p = (P - P_0)\,L/AE \tag{1.4}$$

＊1　尺定数のことを特性値ともいう.

ここで，　C_p：張力補正量（m）
P：測定時の張力（N）
P_0：検定時の張力（N）
L：Pで測定したときの長さ（m）
A：巻尺の断面積（m^2）
E：巻尺の弾性係数（$\mathrm{N/m}^2$）

(4) たるみ補正

$$C_s = -\frac{w^2L^3}{24P^2} = \frac{W^2L}{24P^2} \tag{1.5}$$

ここに，　C_s：たるみ補正量（m）
w：巻尺の単位長さ当たりの重量（N/m）
L：測定した長さ（m）
P：測定時の張力（N）
W：支持点間の巻尺の重量（N）

例題 1-1　温度補正量

鋼巻尺を用いて距離測量を行った結果100.000mの距離を得ました．このときの温度補正をした正しい距離を求めます．ただし，この鋼巻尺の線膨張係数は＋0.000012/℃，測定時の温度20℃，検定時の温度を15℃とします．

解答例

温度補正量　$C_t = a\,(t - t_0)\,L$
$= 0.000012 \times (20 - 15) \times 100.000$
$= 0.006$ m

∴　正しい距離　$L_0 = L + C_t = 100.000 + 0.006$
$= 100.006$ m

これをエクセルシートでつくると以下のようになります．

温度補正量							
線膨張係数	a	0.000012	1/℃	温度補正量	C_t	0.006	m
測定時温度	t	20	℃	正しい距離	L_0	100.006	m
標準温度	t_0	15	℃				
測定距離	L	100	m				

例題 1-2　温度補正と定尺数補正

尺定数 50m＋5mm（15 ℃）の鋼巻尺を用いて距離測定を行い，測定距離 $L = 100.000$m を得ました．このときの尺定数補正および温度補正をして得られる正しい距離 L_0 を求めます．ただし，測定時の温度は 25℃，線膨張係数 $a = +0.000012$/℃ とします．

解答例

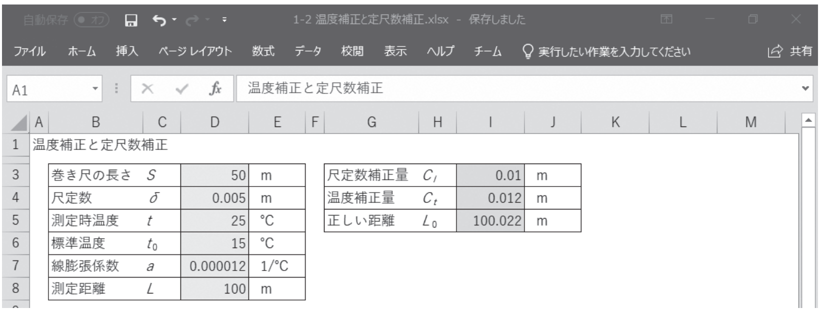
使用した巻尺は伸び（＋）ですから，補正は（＋）となります．

尺定数補正量　$C_l = +(\delta/S) \times L$
$= (0.005/50) \times 100.000 = 0.010$ m

温度補正量　$C_t = a(t - t_0)L$
$= 0.000012 \times (25 - 15) \times 100.000 = 0.012$ m

正しい距離　$L_0 = L + C_l + C_t$
$= 100.000 + 0.010 + 0.012 = 100.022$ m

これをエクセルシートでつくると以下のようになります．



巻き尺の長さ	S	50	m
尺定数	δ	0.005	m
測定時温度	t	25	°C
標準温度	t_0	15	°C
線膨張係数	a	0.000012	1/°C
測定距離	L	100	m

尺定数補正量	C_l	0.01	m
温度補正量	C_t	0.012	m
正しい距離	L_0	100.022	m

1.2.3　誤差の処理方法

実際の測量作業においては，いくら注意を払って測定しても必ず誤差が生じます．したがって，同じ地点の距離を数回測定した場合，測定値は必ずしも同じにはなりません．

距離測定の誤差の処理方法には以下のような方法があります．

(1)　測定条件（使用器具，測定方法など）が同じ場合

全く同一の条件で測定された場合には，測定値の**算術平均**値をとります．高い精度を必要としない場合は，これで十分です．

(2) 測定条件が異なる場合

異なる条件で測定された場合には，測定値の**重み付き平均**値をとります．

例えば，布巻尺と鋼巻尺など，使用器具が違い測定条件が異なる場合には，測定値の信用度を示す**軽重率**（重み）を考慮します．

$$\text{最確値}\quad M_0 = (p_1l_1 + p_2l_2 + \cdots + p_nl_n)\ /\ (P_1 + P_2 + \cdots + P_n)$$
$$= (\Sigma p_nl_n)\ /\Sigma P_n \tag{1.6}$$

ただし，

p_n：軽重率

l_n：測定値

例題 1-3　算術平均と重み付き平均

① ある 2 点間を同一条件で 4 回測った場合の最確値（M_0）を求めます．

4 回の測定値：123.52m，123.49m，123.44m，123.50m

② ある 2 点間を 3 人が測距し，以下の測定値を得た場合の最確値 M_0 を求めます．

123.25m（測定回数 2 回）　123.15m（測定回数 3 回）　123.30m（測定回数 4 回）

解答例

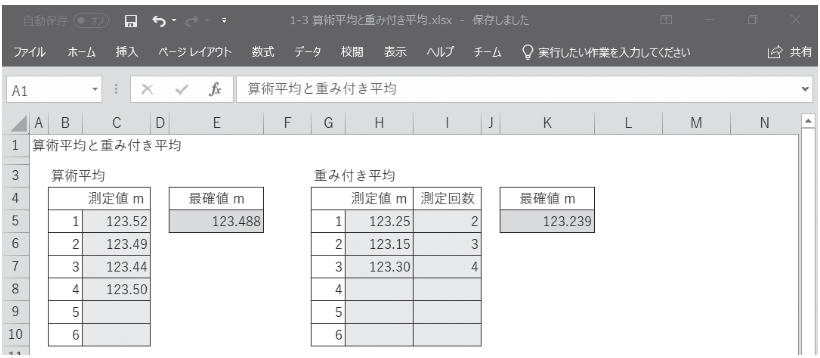
① 算術平均値で求めます．

$$M_0 = (123.52 + 123.49 + 123.44 + 50.50)/4 = 123.49\text{m}$$

② 重み付き平均値を求めます．軽重率 p は測定回数に比例するものと考えます．

$$M_0 = (p_1l_1 + p_2l_2 + \cdots + p_nl_n)/(P_1 + P_2 + \cdots + P_n)$$
$$= (2 \times 123.25 + 3 \times 123.15 + 4 \times 123.30)/(2 + 3 + 4)$$
$$= 123.24$$

これをエクセルシートでつくると以下のようになります．



	測定値 m
1	123.52
2	123.49
3	123.44
4	123.50
5	
6	

最確値 m
123.488

	測定値 m	測定回数
1	123.25	2
2	123.15	3
3	123.30	4
4		
5		
6		

最確値 m
123.239

平均二乗誤差・確率誤差・相対誤差

▪ **最確値**と**残差**

誤差は測定値と真値の差ですが，**真値**を求めることはできないので，真値の代わりに最確値を用います．

最確値は，測定値をさまざまな補正値で調整して得られる値ですが，複数回測定した場合，最確値は一般にその算術平均をとります．この最確値と測定値の差を残差といいます．

誤差＝測定値－真値

残差＝測定値－最確値

▪ 平均二乗誤差

最確値の真値に対する信頼性は平均二乗誤差で表され，次式で求められます．

$$m = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n(n-1)}} = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\delta_n^2}{n(n-1)}} \tag{1.7}$$

ここで, m：平均二乗誤差（標準誤差）

x_i：測定値

$\overline{x}$：最確値

δ_n：残差（測定値と最確値との差：$x_i - \overline{x}$）

n：データの個数

測定結果は，最確値±平均二乗誤差（$\overline{x} \pm m$）で表され，この範囲内に真値が存在する確率は 68％となります．

▪ 確率誤差

真値が最確値± r_0 の範囲に 50％存在するときの r_0 を確率誤差といいます．確率誤差 r_0 と平均二乗誤差 m には次の関係が成り立ちます．

$$r_0 = 0.6745 \cdot m \tag{1.8}$$

▪ 相対誤差

測定値が大きいと誤差＊（平均二乗誤差，確率誤差）の絶対値も大きくなります．そのため，測定の精度は相対誤差で表されます．

$$精度 = 相対誤差 = \frac{誤差^*}{最確値}$$

(3) 最確値と精度

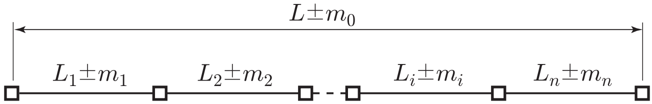


図 1.3　測線長の最確値と誤差

図 1.3 のように測線を数区間に分けて測定した場合，測線長の最確値と平均二乗誤差は

$$L = L_1 + L_2 + \cdots + L_i + \cdots + L_n$$

$$m_0 = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \cdots + m_i^2 + \cdots + m_n^2}$$

ここで，L：測線全長の最確値
L_n：各区間長の最確値
m_0：全測線の平均二乗誤差
m_n：各区間長の平均二乗誤差

全長の測定結果 L_0 は

$$L_0 = L \pm m_0$$

相対誤差（精度）は

$$相対誤差 = \frac{m_0}{L}$$

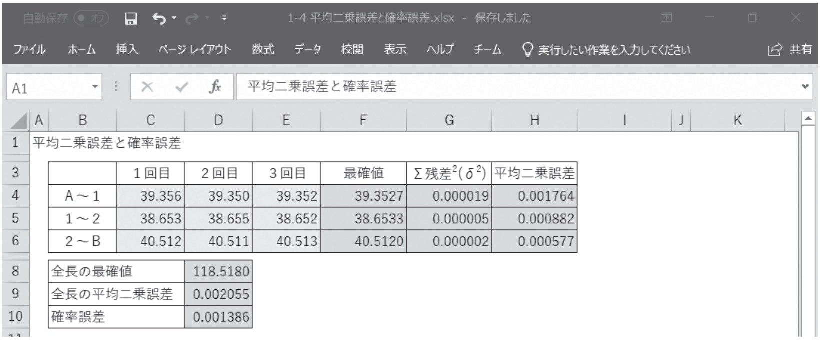
となります.

例題 1-4　平均二乗誤差と確率誤差

A，B の 2 点間を 3 区間に分けて同数回の距離測定を行い，次の観測値を得ました．このときの全長の最確値と最確値の平均二乗誤差および確率誤差を求めます．

区間	1 回目	2 回目	3 回目
A ～ 1	39.356	39.350	39.352
1 ～ 2	38.653	38.655	38.652
2 ～ B	40.512	40.511	40.513

解答例



平均二乗誤差と確率誤差

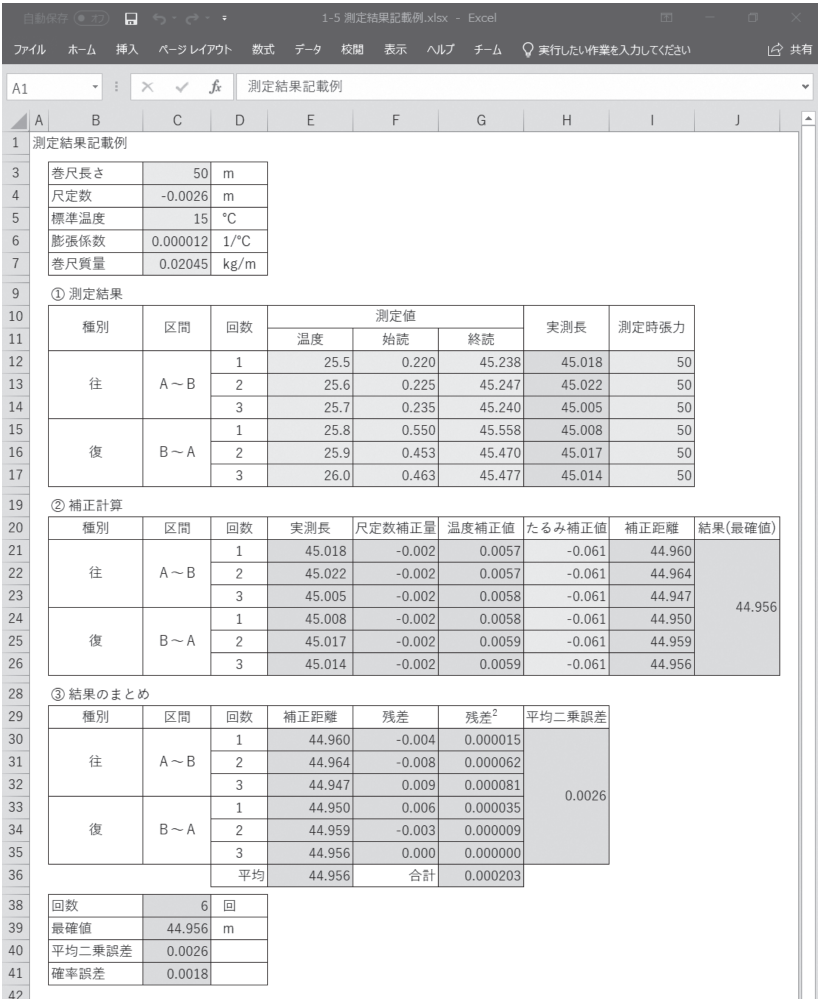
	1 回目	2 回目	3 回目	最確値	Σ残差^2(δ^2)	平均二乗誤差
A ～ 1	39.356	39.350	39.352	39.3527	0.000019	0.001764
1 ～ 2	38.653	38.655	38.652	38.6533	0.000005	0.000882
2 ～ B	40.512	40.511	40.513	40.5120	0.000002	0.000577

全長の最確値	118.5180
全長の平均二乗誤差	0.002055
確率誤差	0.001386

例題 1-5　測定結果記載例

器械的誤差，物理的誤差，誤差処理の一連の誤差調整を行うエクセルシートを作成します（AB 間を往復で計 6 回測定．測定時の温度 20℃）．
条件：スチール巻尺（50m−2.6mm），$a = 1.2 \times 10^{-5}$（1/℃）

解答例



測定結果記載例

巻尺長さ	50	m
尺定数	-0.0026	m
標準温度	15	°C
膨張係数	0.000012	1/°C
巻尺質量	0.02045	kg/m

① 測定結果

種別	区間	回数	測定値			実測長	測定時張力
			温度	始読	終読		
往	A～B	1	25.5	0.220	45.238	45.018	50
		2	25.6	0.225	45.247	45.022	50
		3	25.7	0.235	45.240	45.005	50
復	B～A	1	25.8	0.550	45.558	45.008	50
		2	25.9	0.453	45.470	45.017	50
		3	26.0	0.463	45.477	45.014	50

② 補正計算

種別	区間	回数	実測長	尺定数補正量	温度補正値	たるみ補正値	補正距離	結果(最確値)
往	A～B	1	45.018	-0.002	0.0057	-0.061	44.960	44.956
		2	45.022	-0.002	0.0057	-0.061	44.964	
		3	45.005	-0.002	0.0058	-0.061	44.947	
復	B～A	1	45.008	-0.002	0.0058	-0.061	44.950	
		2	45.017	-0.002	0.0059	-0.061	44.959	
		3	45.014	-0.002	0.0059	-0.061	44.956	

③ 結果のまとめ

種別	区間	回数	補正距離	残差	残差^2	平均二乗誤差
往	A～B	1	44.960	-0.004	0.000015	0.0026
		2	44.964	-0.008	0.000062	
		3	44.947	0.009	0.000081	
復	B～A	1	44.950	0.006	0.000035	
		2	44.959	-0.003	0.000009	
		3	44.956	0.000	0.000000	
		平均	44.956	合計	0.000203	

回数	6	回
最確値	44.956	m
平均二乗誤差	0.0026	
確率誤差	0.0018	

練習問題　1　（距離測量）

1. 標準尺 50.000m と 50.010m で一致した巻尺により正しく 100.000m を測定するには何 m 測ればよいか？

2. 巻尺の特性値 30m ＋ 2.3mm の鋼巻尺を用いて, 300.000m を得た. 正しい値はいくらか.

3. 点 AB 間の高低差は 2.000m であった．測定距離 40.000m に対する傾斜補正蓋 C_i はいくらか.

4. ある距離を測定して 80.000m を得た．しかし，見通し線が中央で 1.50m それていることがわかった．正しい距離はいくらか.

5. 検定温度が 15℃の鋼巻尺で 100.423m を測定した．測定時の気温は 20℃，線膨張係数 α ＝0.000012（1/℃）として正しい距離を求めよ.

6. 測線 A，K，B は直線上にあり，各点の標高 H_A＝15.56m，H_K＝11.35m，H_B＝12.78m である．鋼巻尺で気温 30℃のもと測定した距離は AK＝86.345m，KB＝75.655m であった．この巻尺を気温 20℃で標準尺 50.004m と比較したところ，50.008m で一致した．尺定数・温度・傾斜の各補正を行い AB 間の水平距離を求めよ（α＝0.000012）.